

УДК 624.154.5

DOI: 10.17213/mgvgif/2026-5-471-486

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ГРУНТОВ С УЧЕТОМ КОЭФФИЦИЕНТА БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ И ПАРАМЕТРОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ СДВИГУ

А. З. Хасанов¹, З. А. Хасанов²

¹Самаркандского государственного университета имени Шарофа Рашидова,
г. Самарканд, Узбекистан,

²ООО «ГЕОФУНДАМЕНТПРОЕКТ», г. Самарканд, Узбекистан

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы анализа известных теорий прочности грунтов. На основании этого анализа предлагается новая концепция теории прочности грунтов, позволяющая учитывать основополагающие параметры прочности грунтов: угол внутреннего трения, удельное сцепление, коэффициент бокового давления. Приводятся аналитические выражения, позволяющие определять напряженное состояние на площадках, отклоненных по отношению к главным напряжениям. Дается определение физической сущности понятия «коэффициента бокового давления для грунтов». Приводятся пример по реализации предложенной модели и графическое ее приложение.

Ключевые слова: теория прочности грунтов, механика грунтов, сопротивление сдвигу грунтов, параметры прочности грунта, коэффициент бокового давления, напряженно-деформированное состояние, предельное состояние грунта, критерии прочности грунтов, модель Мора–Кулона, угол внутреннего трения, удельное сцепление, касательные напряжения, деформационные характеристики грунта, грунтовое основание, устойчивость оснований и фундаментов

IMPROVING THE THEORY OF SOIL STRENGTH TAKING INTO ACCOUNT THE COEFFICIENT OF LATERAL PRESSURE AND SHEAR RESISTANCE PARAMETERS

A. Z. Khasanov¹, Z. A. Khasanov²

¹Samarkand State University named after Sharof Rashidov, Samarkand, Uzbekistan,

²LLC «GEOFUNDAMENTPROEKT», Samarkand, Uzbekistan

Annotation. The article discusses the issues of analysis of the known theories of soil strength. Based on this analysis, a new concept of soil strength theory is proposed, which allows for the consideration of fundamental soil strength parameters such as the angle of internal friction, specific cohesion, and lateral pressure coefficient. Analytical expressions are provided to determine the stress state on sites that are deviated from the principal stresses. The physical essence of the "lateral pressure coefficient for soils" is defined. An example of implementing the proposed model and its graphical application is provided.

Keywords: soil strength theory, soil mechanics, soil shear resistance, soil strength parameters, lateral pressure coefficient, stress-strain state, soil limit state, soil strength criteria, Mohr-Coulomb model, internal friction angle, specific adhesion, tangential stresses, soil deformation characteristics, soil foundation, stability of foundations and bases

Введение

Известно, что в настоящее время напряженно-деформированное состояние массива решается двумя способами. В первом случае задача решается методами деформационной теории, где функция сдвигового деформирования принимается нелинейной, в частности задача решается с применением классической теории упруго-пластичности. По второй методике задачи решаются с применением теории предельного напряженного состояния и уравнения устойчивости η , основанный на фундаментальных принципах условия равновесия. В этом случае уравнения должны удовлетворять следующим условиям

$$\sigma_i \leq \sigma_{iu} ; \quad (1)$$

$$\eta = \frac{T_u}{T} > 1, \quad (2)$$

где σ_i , T и σ_{iu} , T_u – действующие (текущие) девятёрные, сдвиговые силы и предельные- сдвиговые силы и напряжения

Основополагающие теории прочности грунтов

Рассмотрим существующие теории описывающие основные закономерности прочности (предельного сопротивления грунта сдвигу). В механике грунтов в качестве базового используется теория прочности грунтов Кулона, которая строится в прямоугольной системе координат $f(\sigma, \tau)$ (рис. 1).

$$f^* \equiv \tau - \sigma * f = 0 \quad (3)$$

где τ и σ – предельные сдвиговые и нормальные напряжения; f – коэффициент трения.

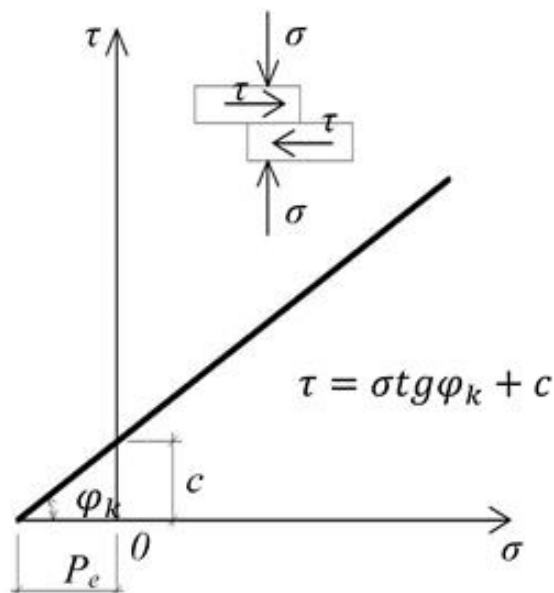


Рис. 1. Диаграмма прочности соответствующая теории прочности Кулона
в координатах $\tau = f(\sigma)$

Второй распространенной и широко используемой в геотехнике является теория прочности Кулона–Мора. Известно, что изначально теория Мора, основанная на деформационной теории в условиях плоской задачи для сплошных сред, предназначалась для определения напряженного состояния на произвольных площадках. При этом изменение соотношения нормальных и касательных напряжений на площадках подчиняется круговому закону. Этот удобный математический аппарат был адаптирован для определения условия прочности грунтов. Теория так же позволяет определять величины – наибольшего угла отклонения площадки сдвига при активном и пассивном нагружениях, а также коэффициента бокового давления.

линейной теории прочности приводятся в работах, посвящённых исследованию локализации деформаций, формированию полос сдвига и развитию предельного состояния в грунтовых и гранулированных средах [10–15].

Анализ результатов трехосных и модельных лотковых испытаний показывает, что в отличие от сплошных материалов для грунтов в условиях предельного напряжённого состояния изменение ориентации поверхностей сдвига, по-видимому, подчиняется не круговому закону, вытекающему из построений Мора, а более сложной нелинейной зависимости, близкой к параболической, в диапазоне $2\varphi < \theta < \theta^*$, где θ^* — максимальное значение угла отклонения поверхности сдвига [6]. Между тем критерию Кулона–Мора соответствует фиксированное значение данного угла, следующее из выражения (5). Это свидетельствует о том, что предельная огибающая может пересекать круг Мора (рис. 6), а процессы сдвигового деформирования грунта в указанных пределах развиваются с различной интенсивностью.

Следовательно, коэффициент бокового давления грунта, определяемый по классическому выражению (5), не всегда согласуется с экспериментальными данными, которые, как правило, показывают более низкие значения. Указанные особенности подтверждаются не только результатами трехосных испытаний, но и данными модельных лотковых экспериментов, в которых наблюдается изменение траектории развития поверхностей скольжения и перераспределение напряжений по мере перехода грунта в предельное состояние.

Таким образом, результаты экспериментальных исследований свидетельствуют о необходимости дальнейшего совершенствования классической теории прочности грунтов с учётом структурной неоднородности грунтовой среды, дилатансии, нелинейности деформирования и эволюционного характера формирования поверхностей локализации сдвига.

Как известно условие теории прочности для плоского напряженного состояния записывается в следующем виде

$$f^* \equiv \sigma_3 - \sigma_1 * \xi(\xi_u) = 0 \quad (4)$$

где ξ , ξ_u — характеризует соотношения главных напряжений σ_1 , σ_3 , соответствующих допредельному и предельному напряженному состоянию.

Коэффициент ξ , в соответствии с условием (4), остается постоянным в области деформирования (экспериментально определяется в условиях компрессии при, $\varepsilon_3 = 0$ с измерением бокового давления, в литературе этот коэффициент также называется коэффициентом бокового давления покоя ξ_0) (рис. 3).

Что касается величины ξ_u то он определяется при напряженном состоянии соответствующая пределу прочности грунтов (экспериментально и определяется в условиях возможности бокового расширения с измерением боковых перемещений $\varepsilon_3 > 0$, при $\sigma_3 = \text{const}$ (рис. 3). Что касается величины σ_{1u} то он для мягких и сыпучих грунтов определяется условно и определяется в соответствии различных стандартов, например в литературах [5] он соответствует ограничительной величине $\varepsilon_1 = 0,15$. Такое расплывчатое определение может существенно исказить полученные результаты.

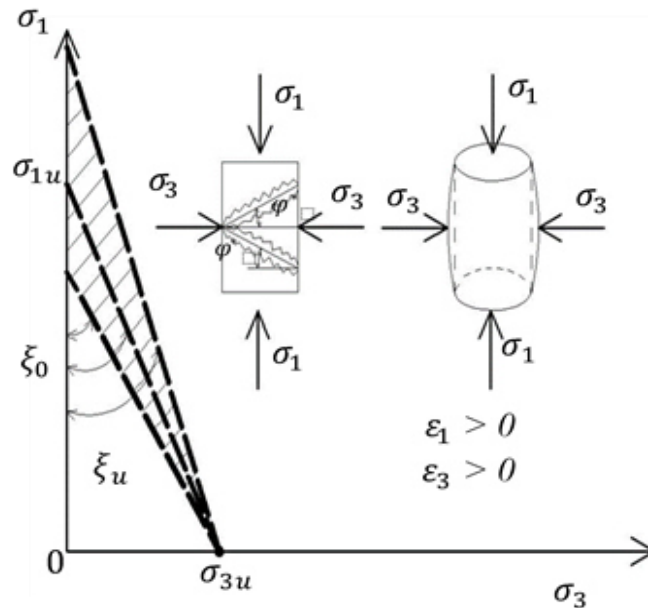


Рис. 3. График определения величины ξ_u в условиях свободного бокового расширения образца грунта

Как известно величина ξ соответствующая условию (4) определяется по известному соотношению

$$\xi = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1 - \sin \varphi_M}{1 + \sin \varphi_M} = \tan^2 \left(45 \pm \frac{\varphi_M}{2} \right), \quad (5)$$

где φ_M – угол внутреннего трения соответствующая теории прочности Кулона–Мора. Напомним, что выражения (4)–(7) характеризуют круговую зависимость между касательными τ_θ и нормальными σ_θ напряжениями и имеет следующую взаимосвязь с нормальными и касательными напряжениями σ_θ и τ_θ действующие на площадках, отклоненных на угол 2α (рис. 4).

$$\tau_\theta^2 = \sigma_1^2 l^2 + \sigma_3^2 s^2 - \sigma_\theta^2; \quad (6)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_1 l^2 + \sigma_3 s^2, \quad (7)$$

где l и s направляющие косинусы, определяемые по известным выражениям

$$l = \cos 2\theta \text{ и } s = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\theta \right) \quad (8)$$

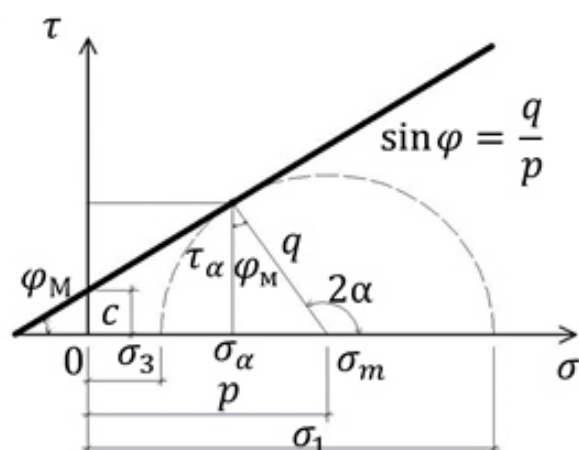


Рис. 4. Диаграмма прочности соответствующая теории прочности Кулона–Мора в координатах $q = f(p)$

В соответствии с этой теорией условие предельного напряжённого состояния, записанной в виде предельной огибающей к кругам Мора имеет следующий вид

$$\sin \varphi_M = \frac{q}{p} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_3 + \sigma_1)} \quad (9)$$

Многие авторы считают, что в грунтах сдвиги проходят по площадкам с углом отклонения $\theta = 2\alpha = 45^\circ$. В этом случае теорию прочности Кулона-Мора выражают в координатах $q = f(p)$ (рис. 5). Такая модель теории прочности была предложена Треска–Хиллом (рис. 5) с параметром прочности φ_T [4].

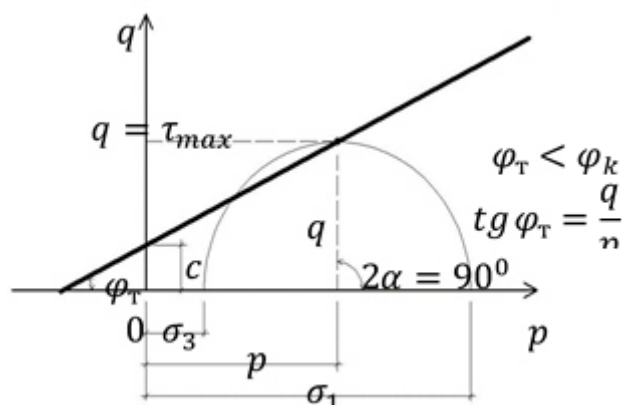


Рис. 5. Диаграмма прочности соответствующая теории прочности Треска–Хилла в координатах $q = f(p)$

Модель прочности грунтов предложенная Треска–Хиллом отличается от модели Кулона–Мора, тем, что предельная огибающая пересекает круг и проходит через площадки отклоненных на $\theta = 45^\circ$, т.е. на уровне максимальных касательных напряжений $q = \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)}{2}$ и $p = (\sigma_3 + \sigma_1)/2$ (рис. 5).

В этом случае она совпадает с пределом текучести, свойственной модели прочности твердых деформированных тел. При этом, линия характеризующая границу текучести проведена не как параллельная к оси p ($q = \text{const}$), а как наклонная, пересекающая круг. В этом случае условие прочности будет иметь следующий вид (рис. 5) [4,5]:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_T &= \frac{q}{p} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3 + \sigma_1} \\ \xi_T &= \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi_T}{1 + \operatorname{tg} \varphi_T} \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь как и при теории прочности Кулона–Мора (6)–(11), существует жесткая аналитическая привязка между соотношениями главных напряжений ξ, ξ_u , углом отклонения площадки $\theta_T = 45^\circ$ с параметрами прочности грунта. Однако, как уже было показано выше, в действительности, параметр прочности φ - угол внутреннего трения, для грунтов является постоянной величиной и не зависит от принятой теории прочности. Такое несоответствие очевидно для грунтов связано с некруговой зависимости выражения (6). Сопоставление теорий прочности наглядно можно проиллюстрировать на графике σ_1, σ_3 представленной на рис. 6.

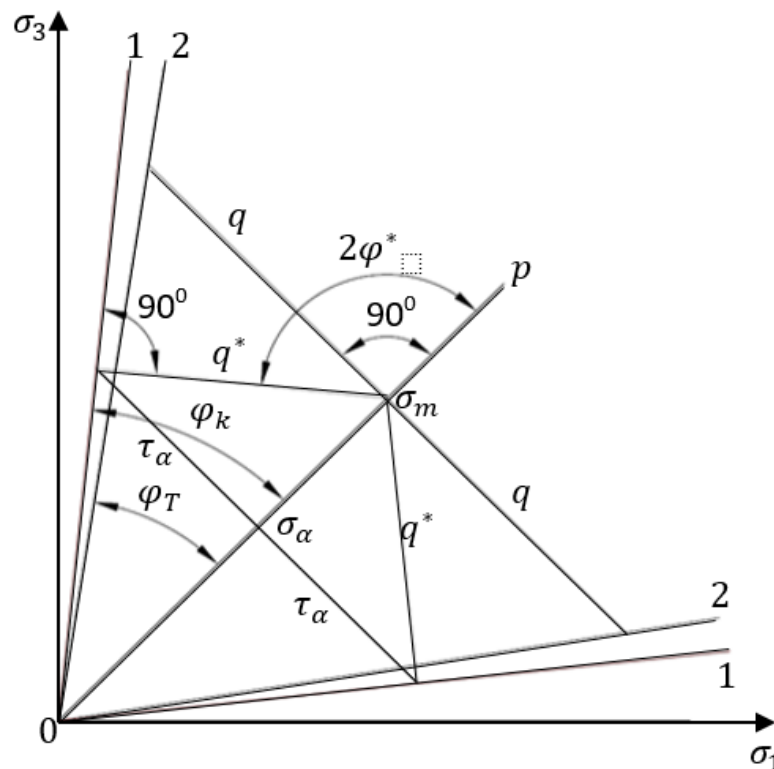


Рис. 6. График изменения средних нормальных P и девиаторных напряжений q в пределах прочности грунтов: 1, 2 – предел прочности грунтов полученные по результатам сдвиговых и трехосных испытаний

Величина девиаторных напряжений $\tau_\alpha = f(q)$ в соответствии с теорией прочности Треска–Хилла действует на площадках с углом отклонения $0 \leq 2\theta \leq 90^\circ$ и параметром прочности φ_T с границами 2-2 (рис. 6). Для сравнения прочность грунта рассчитанная по трем моделям (Кулона, Кулона–Мора и Треска–Хилла) нанесем в диаграмму (σ_1, σ_3) .

Разница параметров прочности моделей Кулона–Мора и Треска–Хилла определяется из соотношения:

$$\sin \varphi_M = \frac{q}{p + p_e}, \quad (11)$$

$$\tan \varphi_T = \frac{q}{p + p_e}, \quad (12)$$

откуда

$$\varphi_T = \arctan(\sin \varphi_M). \quad (13)$$

Таким образом теории прочности Кулона–Мора и Треска–Хилла базируются на круговой зависимости напряжений и по этому всегда выполняется условие $\varphi_T < \varphi_M$. Основная причина не совпадения предельной огибающей кругов Мора с диаграммой прочности Кулона связана не выполнение для грунтов круговой зависимости выражения (6).

Другой немаловажной особенностью теории прочности Треска–Хилла при напряженном состоянии $\sigma_3 = \text{const}$ и $\sigma_1 > \sigma_3$ является то что на площадке сдвига с углом $\tan(\theta = 45^\circ) = \frac{q}{(p - \sigma_3)}$ соблюдается условия линейной зависимости т.е. выполняется условие пропорционального роста нормальных p и касательных напряжений q . Поскольку $\tan(\theta = 45^\circ) = 1$ то $q = (p - \sigma_3) = \Delta p$. Учитывая выражение (4) $\Delta p = \frac{\sigma_3}{2} \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right)$. Иначе при траектории роста напряжений с $2\alpha = 45^\circ$ выполнении условия предельного состояния $\sigma_1 = \sigma_3 + 2\Delta p$ (рис. 7, 9). При всех других случаях (условиях), когда угол отклонения площадке $(\theta > 45^\circ)$ в грунтах возникает нелинейный рост касательных $\tau_\alpha(q)$ и нормальных $\sigma_\alpha(p)$ напряжений, как это показано на рис. 9 (4,6). Не учет этих обстоятельств, характерные для различных моделей, расчеты могут привести к ошибкам полученных результатов.

Учитывая вышеизложенные обстоятельства ниже рассмотрим возможность использования теории, характеризующие предельное напряженное состояние на некруговой зависимости между касательными и нормальными напряжениями.

Напряженное состояние в элементарном объеме грунта в области приближающееся к предельному состоянию. Ниже приведем основные постулаты этой теории. Понятие прочность грунтов характеризуется как совокупный процесс воздействий критических внешних, гравитационных и внутренних сил, при которых на одной или нескольких площадках происходит прогрессирующие развитие сдвиговых деформаций.

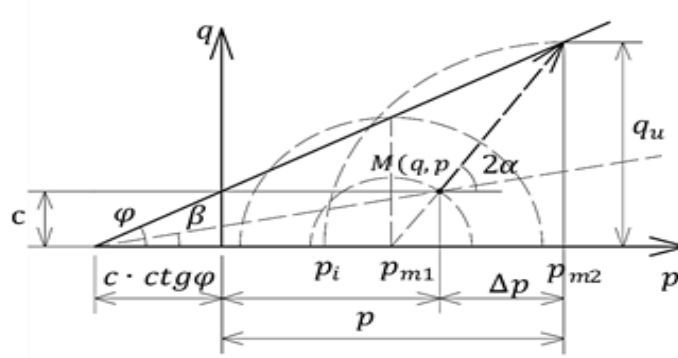


Рис. 7. График характеризующий напряженное состояние $M(q, p)$, траекторию нагружения и предел прочности грунта q_u при $2\alpha = 45^\circ$

Аналитически такое положение в грунтах можно описать как совокупные зависимости (3)–(4) с параметрами теории прочности Кулона и некруговой зависимости напряженного состояния. Ниже рассмотрим основные постулаты этой теории.

1. Площадка сдвига в условиях активного и пассивного давлений, отклонена на угол, равный $\theta^* = \varphi^*$ и $\theta = (\pi/2 - \varphi^*)$, где φ^* угол отклонения площадки сдвига, от площадки, где действуют наибольшие главные напряжения. Как показали наши исследования, его можно определить по выражениям

$$\theta^* \cong k(\varphi_k + \alpha_\xi). \alpha_\xi = \text{atg}(\xi) = \text{atg}\left(\frac{\sigma_{3u}}{\sigma_{1u}}\right)$$

или

$$\theta^* \cong (1,22\varphi + 13,2). \quad (14)$$

2. На основании положения и первого допущения, для описания условия предельного равновесия в до предельном и предельном состоянии выражение (4) является недостаточным, вторым обязательным условием является выражение (3), т. е. условие прочности Кулона. Естественно, при таких условиях выполнение кругового закона нарушается. Извышеизложенного следует, что при сдвиговых напряжениях, $\tau \leq c_u$ справедлив закон линейной зависимости между напряжениями и деформациями и при $c_u < \tau \leq \tau_u$ напряженное состояние на площадке выходит за рамки линейности (рис. 8).

$$c_u = c_0 + \sigma_m [\text{tg}(\eta\varphi)], \quad \eta < 1 \quad (15)$$

где η – коэффициент характеризующий границы линейности зависимости $f(\sigma_i, \gamma_i)$. Как было отмечено в работе [5, 6] это связано прежде всего, тем, что при напряжениях $\tau > c_u$ касательные составляющие изменяется с нарушением закона (6), (7). При этом, как показали эксперименты угол отклонения площадки сдвига отличаются от традиционных, определяемые по теории прочности Кулона–Мора, (5) или Треска–Хилла $\alpha = \beta = 45^\circ$ и соответствует выражения (14).

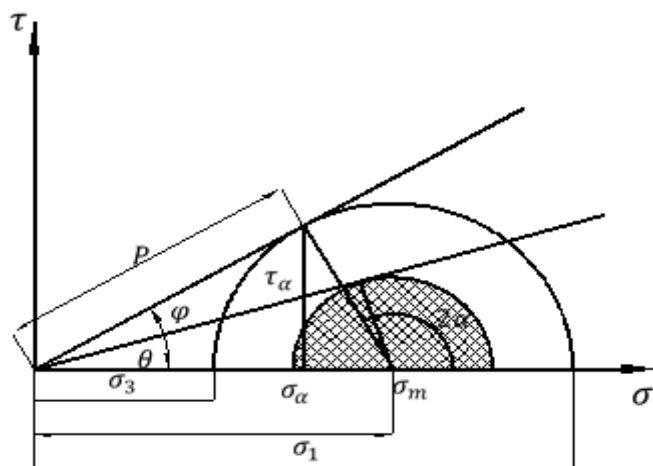


Рис. 8. Модель напряженного состояния, характеризующий область линейного и нелинейного деформирования грунтов

Из допущений 1 и 2 следует, что для грунтов величина коэффициента бокового давления ξ , определяется как в условиях покоя при соблюдении условия $\varepsilon_3 = 0$ так и в условиях предельного напряженного состояния.

$$\xi = \frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1} \quad (16)$$

$$\xi_u = \frac{\sigma_{3u}}{\sigma_{1u}} \quad (17)$$

При напряжениях $\tau \leq c_u$ (например, при природном напряженном состоянии грунта) т. е. в условиях покоя, справедливо выражение (16). Принято допущение, что при выполнении условия $\tau > c_u$ (15) во всем диапазоне изменения напряжений принимается $\xi_u = \text{const}$ (17).

Из литературы известно, что параметр ξ_0 (условие покоя) принято определять в соответствии с деформационной теории, например по формуле (Жеки, 1944) [1, 2]

$$\xi_0 = (1 - \sin\varphi) \quad (18)$$

Эта выражение по теории Кулона-Мора имеет следующий вид

$$\xi_0 = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{(1 - \sin\varphi)}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} \quad (19)$$

Из выражения (19) следует что выражение (18) имеет математическую неточность, по этой причине она дает завышенные результаты коэффициента бокового давления. Выражению (18) выполняется только в одном случае, когда $2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = 1$. Учитывая такое несоответствие в выражение (18) вводят дополнительный корректирующий коэффициент k зависящей от вида грунта [2]

$$\xi_0 = (1 - k * \sin\varphi_m). \quad (20)$$

С учетом физической структуры грунтов коэффициенты бокового давления и трения зависят от угла внутреннего трения φ и угла поворота предельной поверхности сдвига φ^* . Феноменологическое решение этих величин авторами получены в виде следующих выражений [5, 6]:

$$\xi_{\varepsilon=0} \leq \frac{kf}{3} = \frac{ktg\varphi}{3}, \quad \mu = \frac{\Delta\varepsilon_x}{\Delta\varepsilon_z} \cong \frac{1}{tg\varphi^*} \quad (21)$$

где k – корректирующий коэффициент устойчивости.

Модель теории прочности грунтов предложенная авторами. На основании этих допущений и принятых постулатов было предложена новая теория прочности грунтов, характеризующая наступление предельного напряженного состояния. В соответствии с этой теорией угол внутреннего трения φ и коэффициент бокового давления грунта ξ (в условиях покоя и в условиях предельного напряженного состояния) являются независимыми параметрами прочности. Иначе, для корректного описания условия прочности грунта необходимо выполнение обоих уравнений (3) и (4).

Геометрическую интерпретацию этой теории рассмотрим в координатных системах: $\tau = f(\sigma_1, \sigma_3)$ и $\sigma_1 = f(\sigma_3)$. Для определения составных напряжений на произвольных площадках при напряжениях $c_u < \tau \leq \tau_u$ используем метод **касательной предельной огибающей к графику эллипса**. В этом случае, как и в первом известными считаются предельные величины и соотношения главных напряжений $\sigma_1, \sigma_3, \xi_u$ (5), (16)–(17) а также параметры: угол внутреннего трения и сцепления грунта, соответствующие теории прочности Кулона (3).

Математическое выражение уравнения эллипса имеет следующий вид

$$\frac{\sigma_\alpha^2}{a^2} + \frac{\tau_\alpha^2}{b^2} = 1 \quad (22)$$

Основными параметрами функции эллипса прочности являются: центр, малая и большая оси эллипса

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{1u} + \sigma_3}{2}, \quad a = \frac{\sigma_{1u} - \sigma_3}{2} \text{ и } b \quad (23)$$

Составные напряжения на площадке сдвига

$$\sigma_\alpha = a \cos 2\alpha \text{ и } \tau_\alpha = b \sin 2\alpha \quad (24)$$

на площадке сдвига при $\alpha = \theta^* = k(\varphi_k + \alpha_\xi)$, выполняется условие прочности грунта

$$\tau_\alpha = (\sigma_m - \sigma_\alpha) tg\varphi, \quad (25)$$

или с учетом (24)

$$\sigma_\alpha = a \cos 2\theta^* \text{ и } \tau_\alpha = b \sin 2\theta^* \quad (26)$$

Требуется определить второй параметр т. е. размер второго полюса b .

Из уравнения (22) определим

$$b^2 = \frac{\tau_\alpha^2}{\left(1 - \frac{\sigma_\alpha^2}{a^2}\right)} \text{ или } b = \sqrt{\frac{\tau_\alpha^2}{\left(1 - \frac{\sigma_\alpha^2}{a^2}\right)}} \quad (27)$$

или с учетом (25)–(26) получим

$$b = (\sigma_m - a \cos 2\theta^*) \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \varphi^2}{1 - \cos 2\theta^{*2}}} \quad (28)$$

При этом условие прочности грунта будет имеет следующий вид

$$\tau_\alpha = (\sigma_m - a \cos 2\theta^*) \operatorname{tg} \varphi = \sigma_{1u} \left[\left(\frac{1 + \xi_u}{2} \right) - \left(\frac{1 - \xi_u}{2} \right) \cos 2\theta^* \right] \operatorname{tg} \varphi \quad (29)$$

Напоминаем, что в данном случае параметр $\varphi = \varphi_k$ определяется по результатам сопротивления одноплоскостному сдвигу грунта. Для глинистых грунтов, обладающих силами сцепления c главные напряжения равны

$$\sigma_{1u} = \sigma_{1fu} + c \operatorname{ctg} \varphi \quad \text{и} \quad \sigma_{3u} = \sigma_{3fu} + c \operatorname{ctg} \varphi \quad (30)$$

где $\sigma_{1fu}, \sigma_{3fu}$ и ξ_u – предельные напряжения и параметр прочности грунта полученный по результатам трехосных испытаний;

Итоговые напряжения P на площадке сдвига определяются с учетом выражений (26)

$$P = \sqrt{\sigma_\theta^2 + \tau_\theta^2} \quad (31)$$

Сопоставление теорий прочности Кулона, Кулона–Мора и модели авторов и графическая их интерпретация представлена на рис. 9. На этой диаграмме точка $M(\sigma_\alpha \tau_\alpha)$ удовлетворяет условие (3) так и (4).

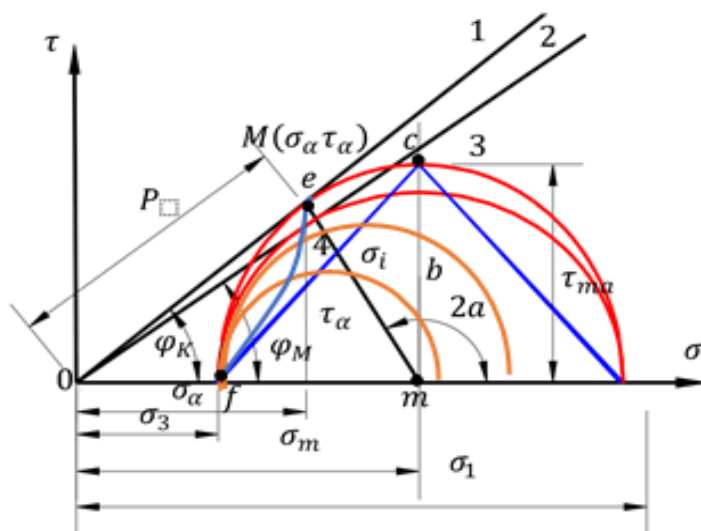


Рис. 9. Сопоставительные диаграммы трех методов, характеризующие условие прочности грунта: 1 – условие прочности Кулона на простой сдвиг; 2- условие прочности Кулона–Мора; 3 – предлагаемая модель условия прочности; 4 –траектория нагружения

2. Метод секущей предельной огибающей к графику эллипса.

В этом случае, как и в первом известными считаются предельные величины и соотношения главных напряжений $\sigma_1, \sigma_3, \xi_u$ а также угол внутреннего трения грунта, соответствующий теории прочности Кулона.

Основными параметрами функции эллипса прочности являются: малая и большая оси эллипса

$$a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad b = \tau_{\alpha \max} = \operatorname{tg} \varphi_k \sigma_m \quad \text{и} \quad \sigma_m = p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (32)$$

Математическое выражение уравнения эллипса имеет вид (22)

Графическая интерпретация условия предельного напряженного состояния. Условие прочности характеризует только напряженное состояние на площадке сдвига и не может быть применен для определения напряженного состояния в других площадках. Для построения этой диаграммы составим график зависимости предельные вертикальные σ_1 и горизонтальные σ_3 напряжения (рис. 10).

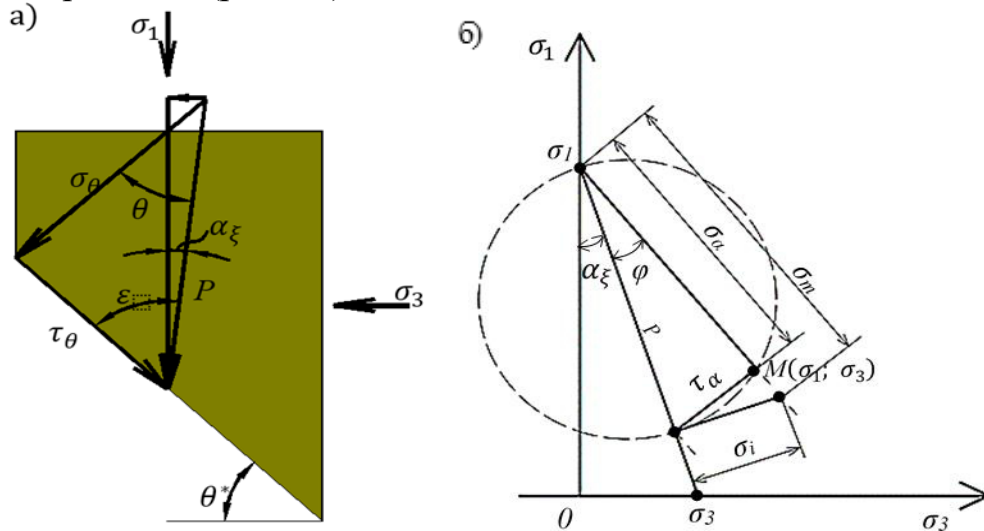


Рис. 10. Графическая интерпретация условия прочности грунта по автору

а) активное нагружение при плоском напряжённом состоянии;

б) диаграмма прочности грунта

Графически соединим на этой плоскости две точки σ_1, σ_3 , получим правильный треугольник. Соотношение этих напряжений на графике характеризует коэффициент бокового давления (ξ) ξ_u . Направление полного вектора напряжения P на наклонной площадке определяется по выражению (31). Направление полного вектора напряжения P ориентировочно в сторону площадки, где действует наименьшее главное напряжение σ_3 . Угол отклонения площадки сдвига равен α_ξ (14).

При этом в соответствии с рис. 10 выражения σ_α и τ_α определим по выражениям

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{\sigma_i}{P}; \quad P = \frac{\sigma_i}{\operatorname{tg} \varphi_k} \quad \text{и} \quad \cos \varphi_k = \frac{P}{\sigma_m}; \quad P = \sigma_m \cos \varphi_k. \quad (33)$$

Для глинистых грунтов с учетом (29)

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_3 + 2 P_e}{2} = \frac{\sigma_1(1+\xi) + 2 P_e}{2} \quad (35)$$

$$\sigma_i = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \sigma_m \sin \varphi_k \quad (36)$$

По направлению полного вектора напряжения P с конца полюса σ_1 начертим круг, диаметром $D = P$. Далее с оси σ_1 проведем линию с углом отклонения $\varphi^* = k(\varphi + \alpha_\xi)$ до точки пересечения $M(\sigma_1; \sigma_3)$, лежащей на поверхности круга. При этом полный вектор напряжения P , с этими двумя линиями образует прямоугольный треугольник. Величина полного вектора $P = \sigma_i / \operatorname{tg} \varphi_k$ $P = \sigma_m * \cos \varphi_k$. Таким образом, левая сторона от вектора P характеризует главные внешние, а правая сторона внутренние напряжения на площадке, отклоненной от горизонтали на угол $\theta^* = \varphi^*$. Длина отрезка этой прямой (линия $\sigma_1; M(\sigma_1; \sigma_3)$), равна величине нормальных σ_θ , а противоположная сторона треугольника равна величине касательных напряжений τ_θ , действующих на этой площадке. Представленная диаграмма в отличие от выше рассмотренных характеризует условия предельного состояния удовлетворяющая условиям прочности как (3) так и (4). С другой стороны

$$\begin{aligned} \tau_\alpha &= P \sin \varphi_k = \sigma_i \cos \varphi_k, \\ \sigma_\alpha &= P \cos \varphi_k = \sigma_m \cos^2 \varphi_k. \end{aligned} \quad (33)$$

На основании вышеизложенного, можно сделать важный вывод о том, что условие прочности вида (4), (5) является недостаточным. Вторым обязательным условием сдвига грунта на этой площадке является выполнение так же условия (3) с параметрами прочности Кулона. При этом угол отклонения наиболее опасной площадки сдвига равно $\varphi^* = k(\varphi + \alpha_\xi)$ или (14).

Пример. Определить параметры прочности грунта по результатам трехосных испытаний и одноплоскостного сдвига. Сопоставить результаты с теорией прочности Кулона–Мора и модель прочности, предложенной авторами. Исходные результаты и результаты расчета представлены на таблице №1 и графика рис. 11.

Выводы

Предложенная теория прочности, в отличие от теории Кулона–Мора основанной на круговой зависимости $\tau_\theta = f(\sigma_\theta)$ подчиняется закону эллипса с основными параметрами прочности Кулона φ_k , c и ξ_u .

В соответствии с предложенной теорией прочности напряженное состояние на площадке сдвига будет определяться по выражениям (24), (26) и (28), а угол отклонения этой площадки определяется по выражению (14).

коэффициент характеризующий границу линейности	0,3
Угол внутреннего трения по модели Кулона, φ	28
Удельное сцепление, с Кпа	20
Главные предельные напряжения (КПа) σ_1	310
Главные предельные напряжения (КПа) σ_3	110
Корректирующий коэффициент К	1,1
Результаты расчета	
Коэффициент бокового давления ξ	0,354839
Параметры прочности по модели Кулона Мора	
Угол внутреннего трения по модели Кулона-Мора φ	23,8193
Удельное сцепление, с Кпа	20
Угол отклонения поверхности сдвига по Мору	56,90965
касательные напряжения на площадки сдвига Мор	91,48237
нормальные напряжения на площадки сдвига Мор	207,2292
Параметры прочности по модели авторов	
Угол внутреннего трения по модели Кулона φ	28
Удельное сцепление, с Кпа	20
Угол отклонения поверхности сдвига	56,10936
Параметр меньшей оси эллипса напряжений, Кпа	100
Параметр бльшей оси эллипса напряжений, Кпа,	120,5002
касательные напряжения на площадки сдвига кПа	111,5528
нормальные напряжения на площадки сдвига кПа	209,8002
Итоговые напряжения на площадке сдвига Р	237,6134
граница линейного деформирования	
Главные напряжения ,к Па σ_1	277,6145
Главные напряжения ,к Па σ_3	206,8434

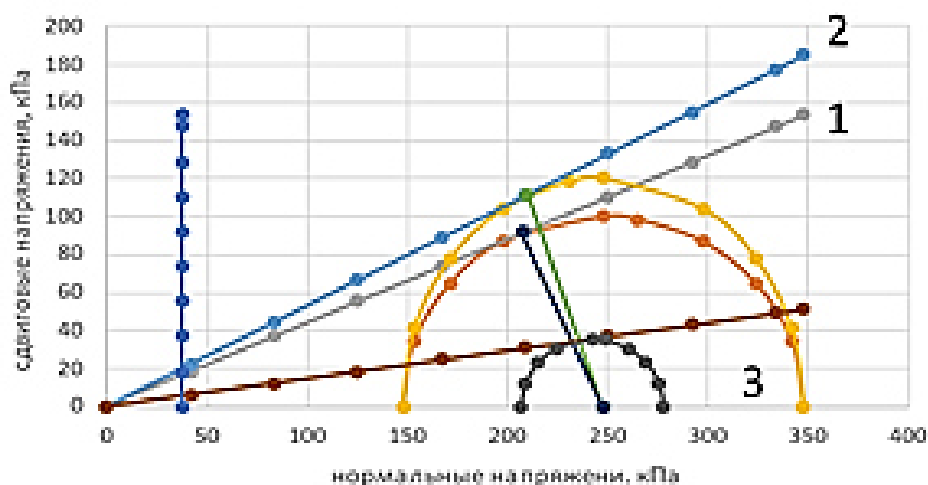


Рис. 11. Сопоставительные график теории прочности Кулона-Мора (1) и предложенной авторами модель прочности грунта (2); 3 – граница линейной деформируемости вычисленное по выражению (15)

Соотношение главных напряжений (σ_3/σ_1) в допредельном (условие покоя при $\varepsilon_3 = 0$) ξ и в предельном состоянии ξ_u имеют различные значения и определяются по выражениям (16), (17) экспериментально в условиях трехосного сжатия. Необходимо отметить что, в условиях трех осного сжатия как коэффициент ξ_u так и угол внутреннего трения зависит от величины сдвиговых перемещений. В отдельных случаях величину ξ можно определять по предложенной авторами выражению (21) в зависимости от параметрами прочности Кулона φ_k .

Такое положение позволяет дифференцировать и максимально упростить методы определения параметров прочности грунта. Параметры прочности φ_k , c , и угол отклонения площадки сдвига φ^* рекомендуется определять по результатам сдвиговых испытаний, а коэффициент бокового давления соответствующий условию предельного напряженного состояния $(\xi)\xi_u$ по результатам трехосных испытаний.

НДС грунта принципиально можно разделить на 3 области: область линейного деформирования; область нелинейного деформирования и область предела текучести (пластического течения) соответствующая границе предельного сопротивления грунтов сдвигу. Третья область подчиняется только классическому закону Кулона с присущими ему параметрами и не может быть описана другими теориями (Кулона–Мора, Треска–Хилла или Мизеса–Боткина и др.).

В соответствии с теорией прочности Треска Хилла принято условия ($2\theta = 90^\circ$). При траектории напряжений $\sigma_3 = \text{const}$ и $\sigma_1 > \sigma_3$ соблюдается линейная зависимость $tg(\theta = 45^\circ) = \frac{q}{(p-\sigma_3)}$ т. е. на площадке сдвига выполняется условие пропорционального роста нормальных p и касательных q напряжений. Во всех других условиях, когда угол отклонения площадке ($\theta > 45^\circ$) в них возникает нелинейный рост касательных τ_α и нормальных σ_α напряжений. Учитывая эти обстоятельства применение теории Треска–Хилла для определения параметров прочности не рекомендуется.

Список источников

1. Craig R.F. Craig's Soil Mechanics. London: Spon Press, Taylor & Francis Group, 2004.
2. Das B.M. Principles of Geotechnical Engineering. — USA: Cengage Learning, 2010.
3. Lambe T.W. Methods of Estimating Settlement // Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE. — 1964. — № SM5. — P. 47–74.
4. Малышев М.В. Прочность грунтов и устойчивость основания сооружений. — М.: Стройиздат, 1994.
5. Khasanov A.Z., Khasanov Z.A. Experimental and Theoretical Study of Strength and Stability of Soil. — Boca Raton; London; New York; Leiden: Taylor & Francis Group, 2020.
6. Хасанов А.З., Хасанов З.А. Прочности и устойчивости грунтов. — Самарканд: Изд-во СамГУ, 2021.
7. Hill R. The Mathematical Theory of Plasticity. London: Oxford University Press, 1950. 355 p.
8. Terzaghi K., Peck R.B., Mesri G. Soil Mechanics in Engineering Practice. New York: Wiley, 1996.
9. Terzaghi K. Theoretical Soil Mechanics. — New York: Wiley, 1943.
10. Duncan J.M., Wright S.G. Soil Strength and Slope Stability. — Wiley, 2005.
11. Schofield A., Wroth P. Critical State Soil Mechanics. London: McGraw-Hill, 1968.
12. Chen W.F., Saleeb A.F. Constitutive Equations for Engineering Materials. Vol. 2: Plasticity and Modeling. — Elsevier, 1994.
13. Coulomb C.A. Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique. — Paris, 1776.
14. Mohr O. Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials? // Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. — 1900.
15. John Atkinson Atkinson J. The Mechanics of Soils and Foundations. London: Taylor & Francis, 2007.

© Хасанов А.З., Хасанов З.А., 2026